

集合族の組合せ論とその教材化に関する研究

田中 宏和

岡山大学教育学部附属教育工学センター

要 約

本論は、Hallの定理の教材化に関する研究である。まずHallの定理に触れ、そのHallの定理を教材化するに当たり3つの視点を定めた。そしてその3つの視点から8つの注意点を挙げ、その注意点をもとに教材を作成し、その教材をもとにして附属中学校で実験授業をした。そしてその結果から、ここで挙げた注意点が果たして授業の対象にふさわしいものであったか否かについて考察した。

1. はじめに

成瀬助教授のご助言から、集合族の組合せ論について研究を始めたが、その研究した集合族の組合せ論の中からHallの定理を題材として教材を作成することを考えた。教材化に関しては、筆者自身ほとんど予備知識を持っていなかったが、教材化の手法を学ぶことは筆者自身の課題と捉えて、教材化に取り組んだ。

そこで、Hallの定理の内容自体は中学生や高校生の学力では困難なものと思われたが、どんな題材であってもその対象に応じた教材化ができるのではないかと考え、本論の目標を次のように定めた。

目標

集合族の組合せ論について研究し、その中の1つの題材を対象にふさわしい教材となるようにいくつかの注意点を挙げて教材を作成し、それらの注意点がその対象にふさわしいものであったか否かについて考察する。

2. Hallの定理について

まず、SDRの定義について述べる。

与えられた集合Sの部分集合 S_1, S_2, \dots, S_n に対して、

$$S_i \ni x_i \quad i = 1, 2, \dots, n$$

なる n 個の元であって、

$$1 \leq i, j \leq n \quad \text{に対して、}$$

$$i \neq j \Rightarrow x_i \neq x_j$$

となる x_1, x_2, \dots, x_n を S_1, S_2, \dots, S_n の相異なる代表系(system of distinct representatives)略してSDRと呼ぶことにする。

そして、Hallの定理とは集合Sの部分集合 S_1, S_2, \dots, S_n が次のような条件Cを満たせば、 S_1, S_2, \dots, S_n のSDRが存在するということを示したものである。

条件C: $\forall L \subset I = [n] \quad \text{に対し、}$

$$|\bigcup_{i \in L} S_i| \geq |L|$$

また、 S_1, S_2, \dots, S_n が条件Cを満たすということは S_1, S_2, \dots, S_n のSDRが存在するための必要条件である。つまり、

S_1, S_2, \dots, S_n にSDRが存在する。

$\Leftrightarrow S_1, S_2, \dots, S_n$ が条件Cを満たす。
となる。

3. 教材化に際しての目標と注意点

Hallの定理の教材化に際して、本論では中学校2年生を対象としたので「中学校2年生にふさわしい教材化をする。」ということを経教材化の目標とし、まず次の3つの視点を定めた。

- 視点1 論理性と、論理的な表現力を養う教材とはどのようなものか。
- 視点2 題材をどのようにかみ砕くか。
- 視点3 どのようにして直感だけに頼らず論理的に考えさせるか。

次に、上で挙げた3つの視点から実際にHallの定理を題材に教材を作成する上で、次の8つの注意点を設定した。

視点1について

論理的な推論の流れを重視するということと、自分の考えを文章で表現する機会をなえるということを中心に、次の3つの注意点を設けた。

- (1) 論理的な考えが全面に出るようにする。
- (2) 自分の考えを表現する場面を設ける。
- (3) 自分の考えを振り返らせるようにする。

視点2について

教材の中で扱うものに対するイメージが生徒の中に湧くようにするというを中心に、次の2つの注意点を設けた。

- (4) 一般的な場合ではなく、単純化したものを扱う。
- (5) 扱うものに対するイメージが生徒の中に湧くようにする。

視点3について

視点2で生徒のイメージを重視したが、そこから、生徒が直感だけに頼って考えてしまわないようにするというを中心に、次の

3つの注意点を設けた。

- (6) 論理性の強調が行き過ぎにならないように口頭での説明で補助をする。
- (7) 教材の中で用いる言葉は、できるだけ数学的な言い回しを用いる。
- (8) 簡略化した図を用いる。

これら8つの注意点をもとにしてHallの定理を教材化し、指導案を作成した。
(指導案は別資料)

4. 授業の流れについて

ここで、授業の大まかな流れについて述べる。

授業の導入

場面設定

Hallの定理において、 $n = 4$ 、 $|S| = 4$ の場合を設定した。そして、箱を集合に見立てて、ボールを集合の元に見立てた。

導入

SDRを取り出すということ、それぞれの箱から1つずつボールを取り出すとき、それら4つのボールが互いに異なる色になるように取り出すということに対応させて、ボールの入れ方によらず、いつでもSDRが存在するのかどうかを考えさせるようにした。

例題1

導入に対して、SDRが存在しない1例を挙げた。

結論1

例題1により、ボールの入れ方によってはSDRが存在しない場合があることを強調した。

学習課題

本時はSDRが存在するための必要条件を導くという課題を与えた。

そこでHallの定理の条件Cを次の4つに分割した。

条件1 どの部分集合も空集合ではない。

条件2 どの2つの部分集合の和集合も2つ以上の元を含む。

条件3 どの3つの部分集合の和集合も3つ以上の元を含む。

条件4 4つの部分集合の和集合は4つの元を含む。

そして、これら4つの条件を4つの段階を経て1つ1つ導いていくことにした。

ここは指導案の2ページにあたるところである。

授業の展開

・第1段階

問1

条件1を導くため、例題1ではなぜSDRが存在しないかを考えさせる。

理由1

問1の解答を何人かの生徒に発表させ、それらをまとめてSDRが存在しない理由を提示する。

条件1

理由1からSDRが存在するための第1の条件を導く。

疑問1

条件1の他にはSDRが存在するための必要

条件はないかを考えさせ、条件1を満たしていても、SDRが存在しない例として例題2を挙げ、第2段階に進む。

以下、条件2を導く第2段階、条件3を導く第3段階は第1段階と同様に、SDRが存在しない例を挙げ、SDRが存在しない理由を考えさせ、そこからSDRが存在するための必要条件を導いた。そして、各段階の最後にそこまで導いている条件の他にはSDRが存在するための必要条件はないかを確認して、次の段階に進むようにした。

そして、第4段階でも同じ流れで条件4を導くが、ここでは疑問4を挙げず、次の授業のまとめの段階に進んだ。

ここは指導案の3ページから7ページにあたるところである。

授業のまとめ

結論2

SDRが存在するための必要条件が4つ導かれたので、それらを授業の結論としてまとめて提示した。

疑問4

条件1～4を全て満たすことはSDRが存在するための十分条件であるが、ワークシートと題した解答用紙を与え、それを用いて条件1～4を満たす色々な状況を考えさせ、経験的にこれらが十分条件であることを納得させることにより、Hallの定理を紹介するための布石とした。

(ワークシートは指導案の10ページに添付した。)

そして、Hallの定理を紹介し、数学への興味、関心が湧くことを期待した。

ここは指導案の8ページにあたるところである。

5. 注意点の反映について

3. で挙げた注意点をこの教材にどのように反映させたかについて述べる。

ここでは、特に強調したい点として視点1の注意点(1)と(2)について述べることにする。

視点1の注意点(1)について

SDRが存在するための必要条件を導くために、まずSDRが存在しない例を4つ挙げ、それぞれの例においてSDRが存在しない理由を考えさせ、それらの理由からSDRが存在するための必要条件を1つ1つ導くという流れを作り、論理的な推論の筋道を明確にすることで、論理的な考えが全面に出るようにした。

視点1の注意点(2)について

問1～4が自分の考えを表現する場面である。これらの問に対する解答を追求プリントという解答用紙を配り、それに表現させるようにした。(追求プリントは指導案の9ページに添付した。)

そして、これらの問はSDRが存在しない理由はどこに着目すればよいかができるだけ分かりやすい例題を挙げて考えさせるようにした。そのことによって、頭では分かっているでも文章化するとなると意外に難しいということに意識を向けさせるようにした。

そして、何人かの生徒にその解答を発表させ、それに対して表現に関する指導を与えるようにした。

また、この解答はボールペンで記入させるようにし、間違った解答も残るようにした。

6. 結果の分析

さて、追求プリントと授業後に行ったアンケートの結果から視点1の注意点(1)、

(2)が中学校2年生に対してふさわしいものであったか否かについて考察する。

視点1の注意点(1)について

アンケートの『「取り出せるための条件を探っているのに、なんで取り出せない例なんかを考えるんだろう。変な考え方だなあ。」という印象はありませんでしたか。』という質問に対して、「はい」、「どちらともいえない」と回答した生徒を合わせると41%であった。このことから、SDRが存在するための必要条件を導くために、SDRが存在しない例を挙げて、そこから考えを進めていくという流れを不自然に感じている生徒が、半数近くいたことが分かる。

また、『全体を通して「難しいことをやっているなあ。」という印象はありませんでしたか。』という質問に対して、「はい」、「どちらともいえない」と回答した生徒を合わせると31%であった。これらの生徒は、1つの筋道を強引に押しつけてしまったために、難しいという印象を受けたのではないかと思われる。

これらのことからこの注意点では、中学校2年生には不自然な考え方を強引に押しつけた格好となり、ふさわしい注意点とはいえなかった。

ここは、SDRが存在する例をいくつか挙げて、それらにはどのような特徴があるのかということを中心に考えさせて、その考えをまとめることでSDRが存在するための必要条件を導くようにすれば、生徒の自由度も増し、生徒が自然に考えることができるようになっていたのではないかと思われる。

視点1の注意点(2)について

ここでは、追求プリントに表現された生徒の解答を言葉の意味がとれるものか否か、誤解の恐れがない表現であるか否かを基準として評価した結果と、アンケートから分かる生徒の表現に対する意識を突き合わせて考察した。

その結果、『思っていることをうまく追求プリントに表現できましたか。』という質問に対して、「はい」と回答した生徒は、言葉の意味も取りやすく、誤解のない文章で表現された解答がより多くあった。

それに対して、同じ質問に「いいえ」と回答した生徒は言葉の意味が取りやすいものであっても、誤解のない文章で表現された解答は少なくなっていた。

このことから、中学校2年生では、自分の考えがうまく表現できたかどうか自分で判断できるようになってきていることが分かる。

また、誤解のない解答の多い少ないに関係なく、

『「問1～4」の「理由」はわかっているけど、そのわかっていることをちゃんと表現できなくちゃいけないなあ。』と思いましたか。』という質問に対して、「はい」と回答している生徒が76%いたことから、自分の考えを表現することの重要性に意識が向いている生徒が、ますます多くなっていることが分かる。

これらのことから、中学校2年生は自分の表現に対する判断力と、自分の考えを表現することの重要性への意識が高まりつつある段階であると考えられ、この注意点は中学校2年生に対してふさわしいものであったといえる。

しかし、生徒の表現に対する指導が全体に行き届かず、不十分なものであった。

7. おわりに

本論では、集合族の組合せ論についての研

究と、それを題材とした対象にふさわしい教材化について述べたが、集合族の組合せ論については非常に狭い部分しか深めることができなかった。

また、教材化については中学校2年生にふさわしい教材化をするということを目指したが、部分的にはふさわしい点もいくつかあったが、全体的には中学校2年生の教材としては食い違ったものとなった。特に視点1の注意点(1)によって、生徒の自由を奪うことになり、この点においては大幅に食い違う結果となった。

また、アンケートのコメントの中に「早く進めろ!」と思った。」など、授業のリズムの悪さを指摘した意見も目立ったことから、指導法においても、中学校2年生には適切なものではなかったと思われる。

今後は、生徒の自由な考えが伸ばせる教材とはどのようなものかという点を中心に研究を進めてゆきたい。また、教材化だけではなく指導法についても研究してゆきたい。

主要参考文献

- [1] Marshall Hall, Jr. 著 岩堀信子 訳
『組合せ理論』 1967 青岡書店
- [2] 『中学校 学習指導要領』 (文部省)
1989 大蔵省印刷局
- [3] 『中学校指導書 数学編』 (文部省)
1989 大阪書籍
- [4] 福森信夫・菊池兵一・三輪辰朗ほか
24名『数学1年』、『数学2年』
1992 啓林館
- [5] 佐々木元太郎 著 『現代数学教育史
年表』 1985 聖文社
- [6] 『第26回数学教育論文発表会論文集』
(日本数学教育学会) 1993
- [7] 『第27回数学教育論文発表会論文集』
(日本数学教育学会) 1994


題材 ホールの定理

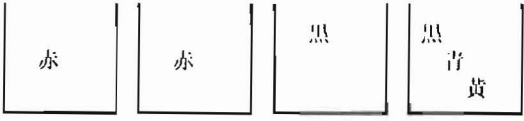
指導の方針

- (1) 中学校2年生では、まだ集合の概念を掴んでいないと思われるが、将来的に学ぶものとして、その布石となるように雰囲気だけでも掴めるようにする。
- (2) 生徒の直感を大切にしながら、その直感に理論的な裏付けを将来的には生徒自身がつけられるように、論理性を大事にした授業をする。
- (3) できるだけ生徒自身が考えられる場面を多く持つようにし、その考えていることを理論的(数学的)な表現にできるよう追求プリントを与え、そこで文章化させ、それを発表させて、それに対して指導を与える。
- (4) また、ワークシートを与え、生徒が手を動かして考える場面を設け、経験的な理解をした上でホールの定理を紹介して、数学の広い世界の一端に触れさせる。

目標

- (1) いくつかの例題をあげ、それらから1つ1つ必要条件を導き出し、それらを積み重ねていくことにより、最終的にそれらが十分条件であることを伝える。
- (2) 理論的(数学的)に考えることの良さを知らせると同時に、その考え方を少しでも身に付けさせる。
- (3) 自分の考えを理論的(数学的)な表現で表現して、それを文章化できるようにする。

本 時 案		
学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点	備 考
<p>(場面設定)</p> <p>1番から4番までの番号のついた箱と赤、黄、青、黒のボールがそれぞれ4つずつある。これらの箱に適当にボールを入れそれぞれの箱から1つずつボールを取り出すことを考える。また、箱に人らないボールがあることもあるし、空っぽの箱があることもある。</p> <p>導入</p> <p>どのようにボールを箱に入れても、それぞれの箱から1つずつ違う色のボールが4つ取り出せるだろうか。</p> <p>(例題1)</p>  <p>① ② ③ ④</p> <p>このようなとき、それぞれの箱から1つずつ違う色のボールが4つ取り出せるだろうか。</p> <p>結論1</p> <p>いつでもそれぞれの箱から1つずつ違う色のボールが4つ取り出せるとは限らない。</p> <p>学習課題</p> <p>それぞれの箱から1つずつ違う色のボールが4つ取り出せるためにはどのような条件が必要だろうか。</p> <p>問1</p> <p>例題1では、なぜそれぞれの箱から1つずつ違う色のボールが4つ取り出せないのだろうか。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ここでは、準備した道具を用いて生徒が場面の状況を充分イメージできるようにする。 ・準備した道具を用いて違う色の4つのボールが取り出せる場合の例をいくつか挙げ、生徒が「導入」の内容を充分イメージできるようにする。 ・「取り出せる」と予想した生徒がいないことを一応確認しておく。 ・この「例題1」によって取り出せない場合があることを納得させ「結論1」を導く。 ・取り出せる場合と取り出せない場合があることを指摘し、次の「学習課題」を提示する。 ・この条件を探ることがこの授業の目標であることを知らせる。 ・その条件を探るため、まず「例題1」では、なぜそれぞれの箱から1つずつ違う色のボールが4つ取り出せないのかを考えてみることを促す。 ・そこで「問1」を提示する。 ・追求プリントを配る。 ・「問1」の理由を予想させ、それを追求プリントに記録させる。 ・机間巡視をして、何人かの生徒をピックアップし、その意見を黒板に書かせる。 	<p>挙手で生徒の意見を聞く。</p> <p>ある1つの箱が空っぽであるということだけがホールの定理の条件に違反するようにする。</p> <p>「空っぽ」という概念が「空集合」という概念に対応している。</p>

学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点	備 考
<p>理由1 ある1つの箱が空っぽだから。</p> <p>条件1 どの箱も空っぽであってはならない。</p> <p>疑問1 条件1を満たしていれば、それぞれの箱から1つずつ違う色のボールが4つ取り出せるだろうか。</p> <p>(例題2)</p> <div data-bbox="142 999 892 1278" style="border: 1px solid black; padding: 10px;">  <p style="text-align: center;">① ② ③ ④</p> <p>このようなとき、それぞれの箱から1つずつ違う色のボールが4つ取り出せるだろうか。</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> 生徒の意見をまとめて、①の箱が空っぽであることを指摘し、更に①の箱に限らず、他のどの箱に対しても空っぽであれば、それぞれの箱から1つずつ違う色のボールを4つ取り出すことはできないということを言及し、「理由1」としてまとめる。 「理由1」に対して異論があるかどうかを尋ねる。 「「理由1」から次のような条件が必要だね。」と「条件1」を提示する。 更に、「どれか1つでも空っぽの箱があれば、「例題1」のような状況になるからそれぞれの箱から1つずつ違う色のボールを4つ取り出せないね。」と対偶的な言い回しをする。 「じゃあ、どの箱も空っぽじゃなければ必ずそれぞれの箱から1つずつ違う色のボールが4つ取り出せるだろうか。」と「疑問1」の内容を説明する。 ここで少し間を取って次の「例題2」を提示する。 	<p>但し、「どの箱に対しても」という点はあまり強調せず、触れる程度にする。</p> <p>ここでもある2つの箱に1種類のボールしか入っていないということだけがホールの定理の条件に違反するようにする。</p>
	<ul style="list-style-type: none"> 「条件1」を満たしていることを強調する。 取り出せるかどうかを少し間を取って予想させ、「取り出せる」と予想した生徒がいるかどうかを確認する。 「取り出せる」と予想した生徒がいたら、その1人を指名して黒板で実際に取り出せるかどうかやらせてみて、経験的に取り出せないことを納得させる。(「取り出せる」と予想した生徒がいなければ、すぐ「問2」に進む。) 	

学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点	備 考
<p>問2 例題2では、なぜそれぞれの箱から1つずつ違う色のボールが4つ取り出せないのだろうか。</p> <p>理由2 ある2つの箱の中に、合わせて1種類のボールしか入っていないから。</p> <p>条件2 どの2つの箱にも合わせて2種類以上のボールが入っていなければならない。</p> <p>疑問2 条件1、2を満たしていれば、それぞれの箱から1つずつ違う色のボールが4つ取り出せるだろうか。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・「問2」の理由を予想させ、それを追求プリントに記録させる。 ・机間巡視をして、何人かの生徒をピックアップし、その考えを黒板に書かせる。 ・生徒の意見をまとめて、①、②の箱には合わせて1種類のボールしか入っていないことを指摘し、更に①、②の箱に限らず、他のどの2つの箱に対しても合わせて1種類のボールしか入っていないければ、それぞれの箱から1つずつ違う色のボールを4つ取り出すことはできないということを言及し、「理由2」としてまとめる。 ・「理由2」に対して異論があるかどうかを尋ねる。 ・「「理由2」から次のような条件が必要だね。」と「条件2」を提示する。 ・更に、「どの箱も空っぽじゃなくても、どれか2つの箱に1種類のボールしか入っていないければ、「例題2」のような状況になるからそれぞれの箱から1つずつ違う色のボールを4つ取り出せないね。」という風に対偶的な言い回しをして「条件2」の必要性を感じさせる。 ・「どの箱も空っぽじゃないし、どの2つの箱にも2種類以上のボールが入っているのに、それぞれの箱から1つずつ違う色のボールを4つ取り出せない場合があるだろうか。」と「疑問2」の内容を説明する。 ・ここで少し間を取って、次の「例題3」を提示する。 	<p>但し、「どの2つの箱に対しても」という点はあまり強調せず、触れる程度にする。</p> <p>「種類」という単位が、和集合の個数の単位になっている。</p>
<p>(例題3)</p> <div data-bbox="157 1391 908 1659"> <p>① ② ③ ④</p> <p>このようなとき、それぞれの箱から1つずつ違う色のボールが4つ取り出せるだろうか。</p> </div>		<p>ここでもある3つの箱に2種類のボールしかないということだけがホールの定理の条件に違反するようにする。</p>

学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点	備 考
<p>問3 例題3では、なぜそれぞれの箱から1つずつ違う色のボールが4つ取り出せないのだろうか。</p> <p>理由3 ある3つの箱の中に、合わせて2種類のボールしか入っていないから。</p> <p>条件3 どの3つの箱にも合わせて3種類以上のボールが入っていなければならない。</p> <p>疑問3 条件1、2、3を満たしていれば、それぞれの箱から1つずつ違う色のボールが4つ取り出せるだろうか。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・「条件1、2」を満たしていることを強調する。 ・取り出せるかどうかを少し間を取って予想させ、「取り出せる」と予想した生徒がいるかどうかを確認する。 ・次の「問3」への進み方は、「例題2」から「問2」への進み方と同じ方法をとる。 ・「問3」の理由を予想させ、それを追求プリントに記録させる。 ・机間巡視をして、何人かの生徒をピックアップし、その考えを黒板に書かせる。 ・生徒の意見をまとめて、①、②、③の箱には合わせて2種類のボールしか入っていないことを指摘し、更に①、②、③の箱に限らず、どの3つの箱に対しても合わせて2種類のボールしか入っていなければ、それぞれの箱から1つずつ違う色のボールを取り出すことはできないということを言及し、「理由3」としてまとめる。 ・「理由3」に対して異論があるかどうかを尋ねる。 ・「「理由3」から次のような条件が必要だね。」といて「条件3」を提示する。 ・更に、「どの箱も空っぽじゃないし、どの2つの箱にも2種類以上のボールが入っていても、どれかの3つの箱に2種類しかボールが入っていないから「例題3」のような状況になるからそれぞれの箱から1つずつ違う色のボールを4つ取り出せないね。」という風に対偶的な言い回しをして「条件3」の必要性を感じさせる。 ・「どの箱も空っぽじゃないし、どの2つの箱にも2種類以上のボールが入っていて、更に、どの3つの箱にも3種類以上のボールが入っているのに、それぞれの箱から1つずつ違う色のボールが4つ取り出せない場合があるだろうか。」といて、「疑問3」の内容を説明する。 ・ここで少し間を取って、次の「例題4」を提示する。 	<p>但し、「どの3つの箱に対しても」という点はあまり強調せず、触れる程度にする。</p>

学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点	備 考
<p>(例題4)</p> <div data-bbox="273 328 800 443"> </div> <p>① ② ③ ④</p> <p>このようなとき、それぞれの箱から1つずつ違う色のボールが4つ取り出せるだろうか。</p> <p>問4</p> <p>例題4では、なぜそれぞれの箱から1つずつ違う色のボールが4つ取り出せないのだろうか。</p> <p>理由4</p> <p>4つの箱の中に、合わせて3種類のボールしか入っていないから。</p> <p>条件4</p> <p>4つの箱には合わせて4種類のボールが入っていないといけない。</p>	<p>・「条件1～3」を満たしていることを強調する。</p> <p>・取り出せるかどうかを少し間を取って予想させ、「取り出せる」と予想した生徒がいるかどうかを確認する。</p> <p>・次の「問4」への進み方は、「例題2」から「問2」への進み方と同じ方法をとる。</p> <p>・「問4」の理由を予想させ、それを追求プリントに記録させる。</p> <p>・机間巡視をして、何人かの生徒をピックアップし、その意見を黒板に書かせる。</p> <p>・生徒の意見をまとめて、4つ箱があるのに、その4つを合わせても、3種類のボールしか入っていないことを指摘し、「理由4」としてまとめる。</p> <p>・「理由4」に対して異論があるかどうかを尋ねる。</p> <p>・「「理由4」から次のような条件が必要だね。」といって「条件4」を提示する。</p> <p>・更に、「どの箱も空っぽじゃないし、どの2つの箱にも2種類以上のボールが入っていて、どの3つの箱にも3種類以上のボールが入っていても、4つの箱に3種類のボールしか入っていないければ、「例題4」のような状況になるからそれぞれの箱から1つずつ違う色のボールを4つ取り出せないね。」という風に対偶的な言い回しをして「条件4」の必要性を感じさせる。</p> <p>・ここで「条件1～4」を復唱しながら1つ1つの条件の必要性を確認しながら最終的な「結論2」を提示する。</p>	<p>ここでも4つの箱に3種類のボールしかないということだけがホールの定理の条件に違反するようにする。</p>

学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点	備 考
<p>(結論2)</p> <p>それぞれの箱から1つずつ違う色のボールが4つ取り出せるためには次の条件1, 2, 3, 4が必要である。</p> <p>条件1 どの箱も空っぽであってはならない。</p> <p>条件2 どの2つの箱にも合わせて2種類以上のボールが入っていないなければならない。</p> <p>条件3 どの3つの箱にも合わせて3種類以上のボールが入っていないなければならない。</p> <p>条件4 4つの箱には合わせて4種類のボールが入っていないなければならない。</p> <p>疑問4</p> <p>条件1, 2, 3, 4を満たしていれば、それぞれの箱から1つずつ違う色のボールが4つ取り出せるだろうか。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 最後のまとめ的な「疑問」である。ここでワークシートを配り、それを用いていろいろな状況を設定させて自由に考えさせ、「条件1～4」を満たしていればそれぞれの箱から1つずつ違う色のボールを4つ取り出せるということを実感させる。 もし「こんなときは取り出せないよ。」という生徒がいれば、その考えを黒板で発表させ、教師がどの条件に違反しているかを指摘してやる。 適当にタイミングをみはかって作業を中止させ、これらの条件はそれぞれの箱から1つずつ違う色のボールが4つ取り出せるための必要条件であることに触れて、ホールの定理を紹介し、これらの条件が十分な条件でもあることを言及する。即ち、これらの条件が成り立てばいつでもそれぞれの箱から1つずつ違う色のボールが4つ取り出せることを伝える。 また、ホールの定理を紹介することにより数学の広い世界の一端に触れさせ少しでも数学に対する興味が湧くようにする。 	

(平成8年3月29日受理)